

影部分的面积为  $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) - \frac{1}{2}(a^2 + b^2) = \frac{1}{2}[(a+b)^2 - (a^2 + b^2)] = \frac{1}{2} \times 2ab = ab =$

10. 故答案为 10.

18. (1) ②  $\frac{2}{3} \quad \frac{4}{3}$  ③  $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right)$  -----

(2) 【解】根据材料中的方法和结论, 得原式

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times$$

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{2021}\right) \times$$

### 技巧总结

对于阅读材料题, 首先要仔细阅读材料中给出的数学知识, 理解材料给出的计算方法或思想, 然后利用这个方法或思想进一步计算即可.

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{2021}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2022}\right) \times \\ & \left(1 - \frac{1}{2023}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2023}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{2020}{2021} \times \frac{2022}{2021} \times \\ & \frac{2021}{2022} \times \frac{2023}{2022} \times \frac{2022}{2023} \times \frac{2024}{2023} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2024}{2023} \\ &= \frac{1012}{2023}. \end{aligned}$$

## 第二章 相交线与平行线

### 1 两条直线的位置关系

#### 课时 1 对顶角和余(补)角

#### 刷基础

1. B 【解析】观察图形可知, 只有 B 选项中直线  $m$  和  $n$  互相平行. 故选 B.

2. D 【解析】

A 不符合直线  $a, b, c$  两两相交

B 不符合点  $P$  在直线  $a$  上

C 不符合点  $P$  不在直线  $c$  上

D 符合条件

故选 D.

3. C 【解析】A 选项,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  的两边不互为反向延长线, 且两角没有公共顶点, 不是对顶角, 故 A 不符合题意; B 选项,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  的两边不互为反向延长线, 不是对顶角, 故 B 不符合题意; C 选项,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  符合对顶角的定义, 是对顶角, 故 C 符合题意; D 选项,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  的两边不互为反向延长线, 不是对顶角, 故 D 不符合题意. 故选 C.

4. D 【解析】因为  $\angle AOC = 75^\circ$ , 所以  $\angle BOD = \angle AOC = 75^\circ$ . 因为  $\angle 1 = 25^\circ$ ,  $\angle 1 + \angle 2 = \angle BOD$ , 所以  $\angle 2 = \angle BOD - \angle 1 = 75^\circ - 25^\circ = 50^\circ$ . 故选 D.

5. 160° 【解析】因为  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 1 + \angle 2 = 40^\circ$ , 所以  $\angle 1 = \angle 2 = 20^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 160^\circ$ , 故答案为 160°.

6. B 【解析】与  $30^\circ$  角互余的角的度数是  $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ , 观察各选项可知, B 选项符合题意, 故选 B.

7. C 【解析】因为  $\angle 1$  与  $\angle 2$  互为余角, 所以  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ . 因为  $\angle 1 = 40^\circ$ , 所以  $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ . 因为  $\angle 2$  与  $\angle 3$  互为补角, 所以  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ . 故选 C.

8. A 【解析】 $\angle \alpha$  与  $\angle \beta$  互余, 但不一定相等, 故 A 选项符合题意; 根据同角的余角相等, 得  $\angle \alpha$  和  $\angle \beta$  一定相等, 故 B 选项不合题意; 根据等角的补角相等, 得  $\angle \alpha$  和  $\angle \beta$  一定相等, 故 C 选项不合题意; 根据对顶角相等, 得  $\angle \alpha$  和  $\angle \beta$  一定相等, 故 D 选项不合题意. 故选 A.

9. 60 【解析】由量角器可知  $\angle AOB = 120^\circ$ , 所以  $\angle AOB$  的补角的度数为  $180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ , 故答案为 60.

关键点拨 10. 【解】设这个角为  $x$ , 则有  $90^\circ - x = \frac{1}{3}(180^\circ -$

$$x) + 12^\circ, \text{ 解得 } x = 27^\circ,$$

$$\text{所以 } 90^\circ - x = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ,$$

即这个角的余角是  $63^\circ$ .

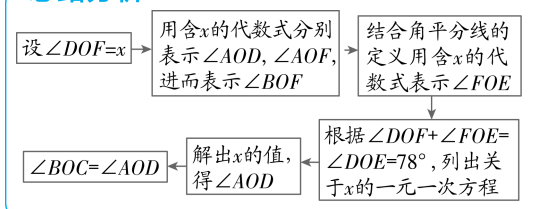
#### 刷提升

1. D 【解析】因为  $\angle ACD = 90^\circ$ , 所以  $\angle D + \angle DAC = 90^\circ$ . 因为  $\angle D = 60^\circ$ , 所以  $\angle DAC = 30^\circ$ . 因为  $\angle BAC = 45^\circ$ , 所以  $\angle BAE = 15^\circ$ . 因为  $\angle B = 90^\circ$ , 所以  $\angle AEB = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAE = 75^\circ$ . 故选 D.

掌握余角与补角的概念是解题的关键.

## 2. D

### 思路分析



【解析】设  $\angle DOF = x$ , 则  $\angle AOD = 2x$ , 所以  $\angle AOF = 3x$ , 所以  $\angle BOF = 180^\circ - 3x$ . 因为  $OE$  平分  $\angle BOF$ , 所以  $\angle FOE = \frac{1}{2} \angle BOF = 90^\circ - \frac{3}{2}x$ . 因为  $\angle DOE = 78^\circ$ , 所以  $\angle DOF + \angle FOE = 78^\circ$ , 即  $x + 90^\circ - \frac{3}{2}x = 78^\circ$ , 解得  $x = 24^\circ$ , 则  $\angle AOD = 2x = 48^\circ$ , 所以  $\angle BOC = \angle AOD = 48^\circ$ . 故选 D.

3. C 【解析】平面内两两相交的 7 条直线, 其交点个数最少是 1 个, 最多是  $\frac{7 \times (7-1)}{2} = 21$  (个), 即  $m = 1, n = 21$ , 所以  $m+n = 22$ . 故选 C.

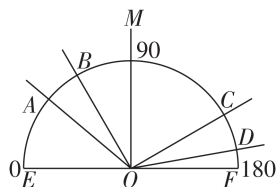
4. 2m 【解析】因为  $O$  是直线  $AB$  上的一点,  $\angle AOC$  和  $\angle DOB$  互余, 所以  $\angle AOC + \angle DOB + \angle COD = 180^\circ$ ,  $\angle AOC + \angle DOB = 90^\circ$ , 所以  $\angle COD = 90^\circ$ . 因为  $\angle DOE = m$ , 所以  $\angle COE = 90^\circ - m$ . 因为  $OE$  平分  $\angle BOC$ , 所以  $\angle BOC = 2 \angle COE = 180^\circ - 2m$ . 因为  $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ , 所以  $\angle AOC = 180^\circ - \angle BOC = 2m$ . 故答案为  $2m$ .

5. 40 或 80 【解析】两条直线相交所成的四个角中, 对顶角相等, 互为补角的两个角和为  $180^\circ$ , 根据题意可得  $(2x-10)^\circ = (110-x)^\circ$  或  $(2x-10)^\circ + (110-x)^\circ = 180^\circ$ , 解得  $x = 40$  或  $x = 80$ , 故答案为 40 或 80.

6. ①② 【解析】① 因为  $\angle AOB = \angle COD$ , 所以  $\angle AOB + \angle BOC = \angle COD + \angle BOC$ , 所以  $\angle AOC = \angle BOD$ , 故 ① 正确. ② 由题意可得  $\angle AOB = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ = \angle COD$ . 因为  $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ , 所以  $\angle AOB + \angle BOC + \angle BOC = 180^\circ$ , 即  $20^\circ + 2 \angle BOC = 180^\circ$ , 所以  $\angle BOC = 80^\circ$ . 因为  $60^\circ + 80^\circ + 20^\circ = 160^\circ$ , 所以射线  $OD$  经过刻度线 160, 故 ② 正确. ③ 如图. 因为  $\angle MOC = 3 \angle COD = 3 \angle AOB = 60^\circ$ ,  $\angle MOB = 90^\circ - 60^\circ =$

关键点拨 7. 【解】(1)  $OC$  是  $\angle AOB$  的“分余线”. 理由如下: 因为  $\angle AOB = 70^\circ$ ,  $\angle AOC = 50^\circ$ , 所以  $\angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ$ , 所以  $\angle BOC + \angle AOB = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$ , 所以  $OC$  是  $\angle AOB$  的“分余线”. (2) 因为  $OC$  平分  $\angle AOB$ , 且  $OC$  为  $\angle AOB$  的“分余线”, 所以若设  $\angle AOB = m^\circ$ , 则  $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2}m^\circ$ ,  $\angle BOC + \angle AOB = 90^\circ$ , 所以  $\frac{1}{2}m^\circ + m^\circ = 90^\circ$ , 解得  $m = 60$ , 所以  $\angle AOB = 60^\circ$ . 故答案为  $60^\circ$ . (3) 设  $\angle CON = x^\circ$ , 则  $\angle BON = 2 \angle CON = 2x^\circ$ , 所以  $\angle AOC = \angle AOB - \angle CON - \angle BON = 160^\circ - 3x^\circ$ . 因为  $OM$  为  $\angle AOC$  的平分线, 所以  $\angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (160^\circ - 3x^\circ) = 80^\circ - \frac{3}{2}x^\circ$ , 所以  $\angle MON = \angle COM + \angle CON = 80^\circ - \frac{1}{2}x^\circ$ . 因为  $OC$  为  $\angle MON$  的“分余线”, 所以 ①  $\angle COM + \angle MON = 90^\circ$ , 即  $80^\circ - \frac{3}{2}x^\circ + 80^\circ - \frac{1}{2}x^\circ = 90^\circ$ , 解得  $x = 35$ , 所以  $\angle BOC = 105^\circ$ ; ②  $\angle CON + \angle MON = 90^\circ$ , 即  $x^\circ + 80^\circ - \frac{1}{2}x^\circ = 90^\circ$ , 解得  $x = 20$ , 所以  $\angle BOC = 60^\circ$ . 综上所述,  $\angle BOC$  的度数为  $105^\circ$  或  $60^\circ$ .

$30^\circ$ , 所以  $\angle BOC = 90^\circ$ , 所以  $\angle BOM$  和  $\angle COM$  互为余角. 因为射线  $OM$  经过刻度线 90, 所以  $\angle EOM = \angle FOM = 90^\circ$ , 所以  $\angle AOE$  和  $\angle AOM$ ,  $\angle BOE$  和  $\angle BOM$ ,  $\angle COM$  和  $\angle COF$ ,  $\angle DOM$  和  $\angle DOF$ ,  $\angle BOE$  和  $\angle COF$  互为余角, 即共有 6 对角互为余角, 故 ③ 错误, 所以正确的是 ①②. 故答案为 ①②.



### 思路分析

先由题意得出  $\angle COD$  的度数, 再由  $\angle DOE$  的度数可得  $\angle COE$  的度数. 因为  $OE$  平分  $\angle BOC$ , 可求出  $\angle BOC$  的度数, 继而得到  $\angle AOC$  的度数.

## 课时 2 垂线的定义及性质



### 刷基础

1. B 【解析】因为  $\angle EOD = \angle 2 = 60^\circ$ ,  $\angle 1 = 30^\circ$ ,

所以  $\angle AOD = \angle 1 + \angle EOD = 90^\circ$ , 所以  $AB \perp CD$ , 即直线  $AB$  与  $CD$  的位置关系是垂直. 故选 B.

2. **A** 【解析】用直角三角板的一条直角边与  $l$  重合, 另一条直角边过点  $P$  后沿直角边画直线, 所以 A 选项的摆放正确. 故选 A.

3. **A** 【解析】

A	测量跳远成绩利用了“垂线段最短”, 故符合题意
B	木板上弹墨线利用了“两点确定一条直线”, 故不符合题意
C	两个钉子固定木条利用了“两点确定一条直线”, 故不符合题意
D	弯曲河道改直利用了“两点之间, 线段最短”, 故不符合题意

4. **A** 【解析】因为  $AB=9, AC=6, AD \perp BC$ , 所以  $AD < AC < AB$ , 所以  $AD$  的长可能是 4, 故选 A.

5. **C** 【解析】根据垂线段最短, 码头应建在点  $C$  处. 故答案为 C.

6. **C** 【解析】因为  $OE \perp AB$ ,  $\angle EOC = 30^\circ$ , 所以  $\angle COB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ . 因为  $\angle COB + \angle BOD = 180^\circ$ , 所以  $\angle BOD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ . 故选 C.

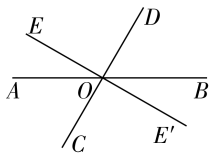
7. **150°** 【解析】因为  $OF \perp CD$ , 所以  $\angle DOF = 90^\circ$ . 因为  $OE, OB$  三等分  $\angle DOF$ , 所以  $\angle BOD = \frac{1}{3} \angle DOF = 30^\circ$ , 所以  $\angle AOD = 180^\circ - \angle BOD = 150^\circ$ . 故答案为  $150^\circ$ .

8. **30° 或 150°** 【解析】如

图. 因为  $\angle BOC : \angle BOD = 2 : 1$ ,  $\angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$ , 所以  $\angle BOD = \frac{1}{2+1} \times$

$180^\circ = 60^\circ$ , 所以  $\angle AOC = \angle BOD = 60^\circ$ . 当射线  $OE$  在  $AB$  上方时, 因为  $OE \perp CD$ , 所以  $\angle COE = 90^\circ$ , 所以  $\angle AOE = \angle COE - \angle AOC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ; 当射线  $OE'$  在  $AB$  下方时, 因为  $OE' \perp CD$ , 所以  $\angle COE' = 90^\circ$ , 所以  $\angle AOE' = \angle COE' + \angle AOC = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ . 综上,  $\angle AOE$  的度数为  $30^\circ$  或  $150^\circ$ . 故答案为  $30^\circ$  或  $150^\circ$ .

9. 【解】(1) 因为  $OE \perp AB, OF \perp CD$ , 所以  $\angle AOE = \angle COF = 90^\circ$ , 所以  $\angle EOF + \angle AOF =$



**知识归纳** 同位角的特征: ①在被截两直线的同一方; ②在截线的同侧.

**易错警示** 注意分点在直线上和点在直线外两种情况解答.

$\angle AOC + \angle AOF = 90^\circ$ , 所以  $\angle EOF = \angle AOC$ .

(2) 设  $\angle EOF = x$ , 所以  $\angle AOD = 5 \angle EOF = 5x$ ,  $\angle AOF = 90^\circ - x$ . 因为  $OF \perp CD$ , 所以  $\angle DOF = 90^\circ$ . 因为  $\angle AOD = \angle AOF + \angle DOF = \angle AOF + 90^\circ$ , 所以  $90^\circ - x + 90^\circ = 5x$ , 解得  $x = 30^\circ$ , 所以  $\angle EOF = 30^\circ$ .

## 2 探索直线平行的条件

### 课时 1 利用“同位角”判定两直线平行与平行公理



#### 刷基础

1. **B** 【解析】同位角是指两条直线与第三条直线相交, 在第三条直线的同旁, 两条直线同一侧的角, 故 B 符合题意.

2. **A** 【解析】由题图可得, 与  $\angle 1$  构成同位角的是  $\angle 2$ . 故选 A.

3. **C** 【解析】由  $\angle 2 = 90^\circ$  不能判定两条铁轨平行, 故 A 选项不符合题意; 由  $\angle 3 = 90^\circ = \angle 1$  可判定两枕木平行, 故 B 选项不符合题意; 因为  $\angle 1 = 90^\circ, \angle 4 = 90^\circ$ , 所以  $\angle 1 = \angle 4$ , 所以两条铁轨平行, 故 C 选项符合题意; 由  $\angle 5 = 90^\circ$  不能判定两条铁轨平行, 故 D 选项不符合题意. 故选 C.

4. **115** 【解析】当  $\angle DBH = \angle PDE = 115^\circ$  时,  $GH \parallel DE$ . 故答案为 115.

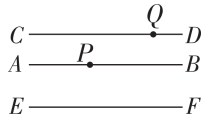
5. 【解】 $CB \parallel EO$ . 理由: 因为  $OA$  平分  $\angle DOE$ , 所以  $\angle AOE = \angle AOD$ . 因为  $\angle AOD = \angle BOC$ , 所以  $\angle AOE = \angle BOC$ . 又因为  $\angle B = \angle BOC$ , 所以  $\angle AOE = \angle B$ , 所以  $CB \parallel EO$ .

6. **C** 【解析】因为在同一平面内, 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行; 在同一平面内, 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 所以  $m=1, n=1$ , 所以  $m+n=2$ . 故选 C.

7. 【解】(1) 如图, 直线  $AB, CD$  即为所作.

$AB \parallel CD$ . 理由:

因为  $AB \parallel EF, CD \parallel EF$ ,  
所以  $AB \parallel CD$ .



(2) 直线  $CD$  与直线  $l$  相交.

#### 刷易错

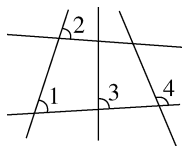
8. **D** 【解析】若该点在已知直线上, 则过此点不能作已知直线的平行线; 若该点在已知直线外, 根据平行公理, 有且只有一条直线与已知直线平行. 故选 D.

**刷提升**

**1. D** 【解析】如图,第一次拐的角是 $\angle 1$ ,第二次拐的角是 $\angle 2$ ,由于两次拐弯后,仍与原来的前进方向一致,所以可以得到两次拐弯的方向不同,且 $\angle 1 = \angle 2$ . 故选 D.

**2. B** 【解析】A 选项,同位角 $\angle CAB = \angle NCD$ ,故 $AB \parallel CD$ ,正确,不符合题意;B 选项,由 $\angle DCG = \angle BAC$ 不能得到 $AB \parallel CD$ ,所以 B 选项错误,符合题意;C 选项,由 $\angle MAE = \angle ACG$ , $\angle DCG = \angle BAE$ ,可得同位角 $\angle BAN = \angle DCN$ ,故 $AB \parallel CD$ ,正确,不符合题意;D 选项,同位角 $\angle MAB = \angle ACD$ ,故 $AB \parallel CD$ ,正确,不符合题意. 故选 B.

**3. 3** 【解析】如图,由同位角的定义知,能与 $\angle 1$ 构成同位角的角有 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ ,共 3 个,故答案为 3.

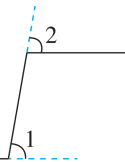


**4.  $\frac{15}{4}$  或  $\frac{105}{4}$  或 75 或 165** 【解析】设运动  $t$  秒时木棒  $a, b$  平行. ①当  $0 \leq t \leq 11$  时,  $70^\circ + 10^\circ t = 100^\circ + 2^\circ t$ , 解得  $t = \frac{15}{4}$ ; ②当  $11 < t \leq 29$  时,  $(10^\circ t + 70^\circ) - 180^\circ = 100^\circ + 2^\circ t$ , 解得  $t = \frac{105}{4}$ ; ③当  $29 < t \leq 36$  时, 易知  $a$  与  $b$  不平行; ④当  $36 < t \leq 40$  时,  $b$  停止运动, 易知  $a$  与  $b$  不平行; ⑤当  $40 < t \leq 130$  时,  $b$  停止运动,  $2^\circ t + 100^\circ - 180^\circ = 70^\circ$ , 解得  $t = 75$ ; ⑥当  $130 < t \leq 180$  时,  $b$  停止运动,  $100^\circ + 2^\circ t - 360^\circ = 70^\circ$ , 解得  $t = 165$ . 综上所述, 运动  $\frac{15}{4}$  或  $\frac{105}{4}$  或 75 或 165 秒时木棒  $a, b$  平行, 故答案为  $\frac{15}{4}$  或  $\frac{105}{4}$  或 75 或 165.

**5. 【解】**(1) 因为 $\angle 1 = \angle 2$  (已知),  $\angle 4 = \angle 2$  (对顶角相等), 所以 $\angle 1 = \angle 4$ , 所以 $AD \parallel BC$  (同位角相等, 两直线平行).

(2) 因为 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$  (已知),  $\angle 2 + \angle 6 = 180^\circ$  (平角定义), 所以 $\angle 3 = \angle 6$  (同角的补角相等), 所以 $AB \parallel CD$  (同位角相等, 两直线平行).

**6. 【解】** $AB \parallel CD$ . 理由如下: 因为 $\angle 1$  是它的补角的 3 倍, 所以 $\angle 1 = 3\angle EFC$ , 所以 $\angle 1 + \angle EFC =$



**知识归纳**

内错角的特征: ①在被截两直线之间; ②在截线两侧.  
同旁内角的特征: ①在被截两直线之间; ②在截线的同侧.

**关键点拨**

利用分类讨论的思想, 准确找出角度之间的数量关系是解题关键.

$4\angle EFC = 180^\circ$ , 所以 $\angle EFC = 45^\circ$ , 所以 $\angle 1 = 135^\circ$ . 因为 $\angle 1 - \angle 2 = 90^\circ$ , 所以 $\angle 2 = 45^\circ$ , 所以 $\angle 2 = \angle EFC$ , 所以 $AB \parallel CD$ .

**7. 【解】**因为 $GM, HN$  分别平分 $\angle BGE$  和 $\angle DHF$ , 且 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ , 所以 $\angle BGE + \angle DHF = 180^\circ$ . 因为 $\angle BGE + \angle BGF = 180^\circ$ , 所以 $\angle BGF = \angle DHF$ , 所以 $AB \parallel CD$ .

**课时 2 利用“内错角、同旁内角”判定两直线平行**

**刷基础**

**1. A** 【解析】由题图可得,  $\angle CDB$  与  $\angle DBE$  是同旁内角, 它们是由直线  $CD, AB$  被直线  $BD$  所截形成的. 故选 A.

**2. C** 【解析】 $\angle 1$  和  $\angle 4$  是同旁内角, A 选项正确;  $\angle 3$  和  $\angle 4$  是内错角, B 选项正确;  $\angle 5$  和  $\angle 6$  不是两条直线被第三条直线所截形成的角, C 选项错误;  $\angle 2$  和  $\angle 5$  是同位角, D 选项正确. 故选 C.

**3. A** 【解析】字母 A 中含有 4 对同旁内角; 字母 F 中含有 1 对同旁内角; 字母 M 中不含有同旁内角; 字母 Z 中不含有同旁内角. 故选 A.

**4. (1)  $\angle ACD$  (2)  $\angle ACD, \angle ACB$  (3)  $\angle ACD, \angle EFB, \angle ACB$**  【解析】(2)  $\angle AEF$  与  $\angle ACD$  是直线  $EF, CD$  被直线  $AC$  所截形成的同位角,  $\angle AEF$  与  $\angle ACB$  是直线  $CB, EF$  被直线  $AC$  所截形成的同位角; (3)  $\angle 1$  与  $\angle ACD$  是直线  $CD, EF$  被直线  $AC$  所截形成的同旁内角,  $\angle 1$  与  $\angle EFB$  是直线  $AC, AB$  被直线  $EF$  所截形成的同旁内角,  $\angle 1$  与  $\angle ACB$  是直线  $CB, EF$  被直线  $AC$  所截形成的同旁内角.

**5. C** 【解析】A 选项,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是对顶角, 不能判定  $AB \parallel CD$ , 故不符合题意; B 选项, 由  $\angle 1 = \angle 2$  不能判定  $AB \parallel CD$ , 故不符合题意; C 选项,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是内错角, 且  $\angle 1 = \angle 2$ , 所以由内错角相等, 两直线平行可以判定  $AB \parallel CD$ , 故符合题意; D 选项,  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是同旁内角, 由  $\angle 1 = \angle 2$  不能判定  $AB \parallel CD$ , 故不符合题意. 故选 C.

**6.  $\angle DAB = \angle B$  (答案不唯一)** 【解析】因为 $\angle DAB = \angle B$ , 所以 $DE \parallel BC$  (内错角相等, 两直线平行). 故答案为 $\angle DAB = \angle B$  (答案不唯一).

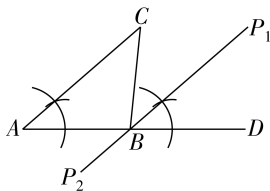
**7. 【解】** $BF \parallel CE, BC \parallel EF$ . 理由如下: 因为 $\angle 1 = 50^\circ, \angle 2 = 50^\circ$ , 所以 $\angle 1 = \angle 2$ , 所以 $BF \parallel CE$ .

因为  $\angle 2 = 50^\circ$ ,  $\angle 3 = 130^\circ$ , 所以  $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ , 所以  $BC \parallel EF$ .

8. 【解】(1) 因为  $BE \perp DF$ , 所以  $\angle EGD = 90^\circ$ , 所以  $\angle 1 + \angle D = 90^\circ$ . 因为  $\angle C = \angle 1$ , 所以  $\angle C + \angle D = 90^\circ$ , 所以  $\angle CFD = 90^\circ$ .

(2) 由(1)得  $\angle 1 + \angle D = 90^\circ$ . 因为  $\angle 2 + \angle D = 90^\circ$ , 所以  $\angle 1 = \angle 2$ . 因为  $\angle C = \angle 1$ , 所以  $\angle 2 = \angle C$ , 所以  $AB \parallel CD$ .

9. 【解】如图所示, 射线  $BP_1$  和  $BP_2$  就是所要求的射线.



### 刷提升

1. C 【解析】A 选项, 根据同位角相等, 两直线平行, 可以得到直线  $a$  平行于直线  $b$ , 故不符合题意; B 选项, 根据内错角相等, 两直线平行, 可以得到直线  $a$  平行于直线  $b$ , 故不符合题意; C 选项, 根据同旁内角相等, 不一定能得到直线  $a$  平行于直线  $b$ , 故符合题意; D 选项, 根据对顶角相等以及同位角相等, 两直线平行, 可以得到直线  $a$  平行于直线  $b$ , 故不符合题意. 故选 C.

2. C 【解析】A 选项, 当  $\angle 1 = \angle 2$  时, 由“内错角相等, 两直线平行”, 可得  $a \parallel b$ ; B 选项, 由  $\angle 1 = \angle 2$  且  $\angle 3 = \angle 4$  可得  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$ , 由“内错角相等, 两直线平行”或“同旁内角互补, 两直线平行”, 可得  $a \parallel b$ ; C 选项, 由  $\angle 1 = \angle 2$  不能判定  $a, b$  互相平行; D 选项, 当  $\angle 1 = \angle 2$  时, 根据“同位角相等, 两直线平行”, 可得  $a \parallel b$ . 故选 C.

3.  $\angle 7$  与  $\angle 4$ ,  $\angle 1$  与  $\angle 6$ ,  $\angle 6$  与  $\angle 9$ ,  $\angle 1$  与  $\angle 9$

14 【解析】同位角有  $\angle 4$  与  $\angle 9$ ,  $\angle 5$  与  $\angle 1$ ,  $\angle 2$  与  $\angle 6$ ,  $\angle 7$  与  $\angle 9$ ,  $\angle 8$  与  $\angle 4$ ,  $\angle 3$  与  $\angle 7$ , 所以  $a = 6$ ; 内错角有  $\angle 7$  与  $\angle 1$ ,  $\angle 4$  与  $\angle 6$ ,  $\angle 5$  与  $\angle 9$ ,  $\angle 2$  与  $\angle 9$ , 所以  $b = 4$ ; 同旁内角有  $\angle 7$  与  $\angle 4$ ,  $\angle 1$  与  $\angle 6$ ,  $\angle 6$  与  $\angle 9$ ,  $\angle 1$  与  $\angle 9$ , 所以  $c = 4$ , 所以  $a + b + c = 6 + 4 + 4 = 14$ , 故答案为  $\angle 7$  与  $\angle 4$ ,  $\angle 1$  与  $\angle 6$ ,  $\angle 6$  与  $\angle 9$ ,  $\angle 1$  与  $\angle 9$ , 14.

### 思路分析

(2) 根据同角的余角相等及等量代换得到  $\angle 2 = \angle C$ , 即可判定  $AB \parallel CD$ .

### 易错警示

(2) 当  $CE \parallel AB$  时,  $CE$  有可能在  $BC$  的上方, 也有可能是在  $BC$  的下方, 两种情况都符合题意, 不要漏解.

4. 【解】因为  $CD \perp CE$ , 所以  $\angle DCE = 90^\circ$ . 因为  $\angle ACD = 360^\circ - \angle DCE - \angle ACE = 360^\circ - 90^\circ - 140^\circ = 130^\circ$ . 又因为  $\angle BAF = 50^\circ$ , 所以  $\angle CAB = 180^\circ - \angle BAF = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ , 所以  $\angle ACD = \angle CAB$ , 所以  $DC \parallel AB$ .

5. 【解】因为  $BE \perp DF$ , 所以  $\angle BFD = 90^\circ$ , 所以  $\angle DBE + \angle BDF = 90^\circ$ . 因为  $BE, DF$  分别平分  $\angle ABD$  和  $\angle BDC$ , 所以  $\angle ABE = \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABD$ ,  $\angle BDF = \angle EDF = \frac{1}{2} \angle BDE$ , 所以  $\angle ABD + \angle BDE = 2 \angle DBE + 2 \angle BDF = 180^\circ$ , 所以  $AB \parallel CD$ .

### 刷素养

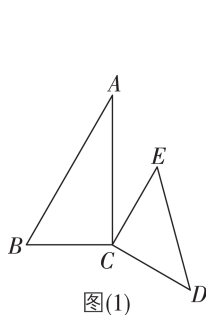
6. 【解】(1)  $\angle BCD + \angle ACE = 180^\circ$ . 理由如下:

因为  $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ACD$ , 所以  $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ + \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ .

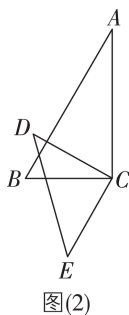
(2)  $\angle ACE$  等于  $30^\circ$  或  $150^\circ$  时,  $CE \parallel AB$ .

理由: 分两种情况:

① 如图(1)所示, 当  $\angle ACE = 30^\circ$  时, 因为  $\angle A = 30^\circ$ , 所以  $\angle A = \angle ACE = 30^\circ$ , 所以  $AB \parallel CE$ .



图(1)



图(2)

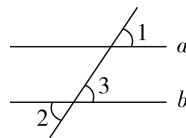
② 如图(2)所示, 当  $\angle ACE = 150^\circ$  时, 因为  $\angle A = 30^\circ$ , 所以  $\angle A + \angle ACE = 180^\circ$ , 所以  $AB \parallel CE$ .

综上所述,  $\angle ACE$  等于  $30^\circ$  或  $150^\circ$  时,  $CE \parallel AB$ .

## 3 平行线的性质

### 刷基础

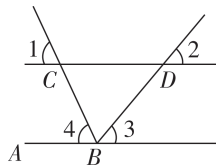
1. D 【解析】如图. 因为  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 56^\circ$ , 所以  $\angle 3 = \angle 1 = 56^\circ$ , 所以  $\angle 2 = \angle 3 = 56^\circ$ , 故选 D.



2.  $65^\circ$  【解析】如图, 因为  $AB \parallel CD$ ,  $\angle 2 = 50^\circ$ , 所以  $\angle 3 = \angle 2 = 50^\circ$ , 所以  $\angle ABD = 180^\circ - \angle 3 =$

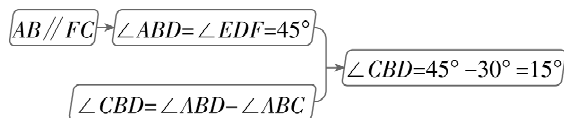


130°. 因为  $BC$  平分  $\angle ABD$ , 所以  $\angle 4 = \frac{1}{2} \angle ABD = 65^\circ$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle 1 = \angle 4 = 65^\circ$ . 故答案为  $65^\circ$ .



3. **A** 【解析】因为  $\angle ADB + \angle ADE = 180^\circ$ ,  $\angle ADE = 125^\circ$ , 所以  $\angle ADB = 180^\circ - \angle ADE = 55^\circ$ . 因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle DBC = \angle ADB = 55^\circ$ . 故选 A.

4. **B** 【解析】

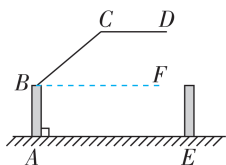


5. **74** 【解析】因为  $\angle 1 = 106^\circ$ , 所以  $\angle OCD = 180^\circ - \angle 1 = 74^\circ$ . 因为  $AB \parallel CD$ ,  $AB \parallel EO$ , 所以  $EO \parallel CD$ , 所以  $\angle 2 = \angle OCD = 74^\circ$ . 故答案为 74.

6. **C** 【解析】因为  $AB \parallel CD$ ,  $\angle A = 125^\circ$ , 所以  $\angle AOD = 180^\circ - \angle A = 55^\circ$ . 因为  $AE \parallel DF$ , 所以  $\angle D = \angle AOD = 55^\circ$ . 故选 C.

7. **B** 【解析】因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle ABE + \angle 1 = 180^\circ$ . 又  $\angle 1 = 108^\circ$ , 所以  $\angle ABE = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ . 因为  $BF$  平分  $\angle ABE$ , 所以  $\angle ABF = 36^\circ$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle 2 = \angle ABF = 36^\circ$ . 故选 B.

8. **270°** 【解析】过点  $B$  作  $BF \parallel AE$ , 如图. 由条件可知  $BF \parallel AE \parallel CD$ , 所以  $\angle BCD + \angle CBF = 180^\circ$ ,  $\angle ABF = 180^\circ - \angle BAE = 90^\circ$ , 所以  $\angle ABC + \angle BCD = \angle ABF + \angle CBF + \angle BCD = 270^\circ$ . 故答案为  $270^\circ$ .



9. 【解】(1) 因为  $\angle 1 = 52^\circ$ ,  $\angle 2 = 128^\circ$ , 所以  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ , 所以  $BD \parallel CE$ .

(2)  $\angle A = \angle F$ . 理由如下: 因为  $BD \parallel CE$ , 所以  $\angle ABD = \angle C$ . 因为  $\angle C = \angle D$ , 所以  $\angle ABD = \angle D$ , 所以  $AC \parallel DF$ , 所以  $\angle A = \angle F$ .



## 刷提升

1. **B** 【解析】因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle C + \angle B = 180^\circ$ ,  $\angle AEF + \angle DFE = 180^\circ$ ,  $\angle D = \angle AED$ . 因为  $\angle B = \angle CFE$ , 所以  $\angle C + \angle CFE = 180^\circ$ , 所以  $BC \parallel EF$ , 所以  $\angle C = \angle EFD = 50^\circ$ , 所以  $\angle AEF = 130^\circ$ . 因为  $ED$  平分  $\angle AEF$ , 所以  $\angle DEF = \angle AED = \frac{1}{2} \angle AEF = 65^\circ$ , 所以  $\angle D = \angle AED = 65^\circ$ , 故选 B.

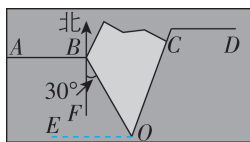
## 刷有所得

当两个角的两边分别平行时, 这两个角相等或互补.

2. **C** 【解析】因为  $\angle \alpha$  与  $\angle \beta$  的两边分别平行, 且  $\angle \alpha = (2x + 10)^\circ$ ,  $\angle \beta = (3x - 20)^\circ$ , 所以  $(2x + 10)^\circ + (3x - 20)^\circ = 180^\circ$  或  $(2x + 10)^\circ = (3x - 20)^\circ$ , 所以  $x = 38$  或  $x = 30$ . 当  $x = 38$  时,  $\angle \alpha = 86^\circ$ ; 当  $x = 30$  时,  $\angle \alpha = 70^\circ$ . 故选 C.

3. **B** 【解析】由折叠可得  $\angle DFE = \angle D'FE$ ,  $\angle C'EF = \angle GEF$ . 因为  $AC' \parallel BD'$ ,  $\angle EFB = 35^\circ$ , 所以  $\angle C'EF = \angle EFB = 35^\circ$ ,  $\angle BGE = \angle C'EG = 2\angle C'EF = 70^\circ$ , 故①③结论正确;  $\angle AEC = 180^\circ - \angle C'EG = 110^\circ$ , 故②结论错误; 因为  $\angle DFE = \angle D'FE = 180^\circ - \angle EFB = 145^\circ$ , 所以  $\angle BFD = \angle DFE - \angle EFB = 110^\circ$ , 故④结论错误. 综上所述, 正确的结论有 2 个. 故选 B.

4. **110** 【解析】如图, 过点  $O$  作  $OE \parallel AB$ . 由题意得  $\angle ABF = 90^\circ$ ,  $AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel OE \parallel CD$ . 因为  $\angle OBF = 30^\circ$ , 所以  $\angle ABO = \angle ABF + \angle OBF = 120^\circ$ . 因为  $AB \parallel OE$ , 所以  $\angle BOE = 180^\circ - \angle ABO = 60^\circ$ . 因为  $\angle BOC = 50^\circ$ , 所以  $\angle COE = \angle BOC + \angle BOE = 110^\circ$ . 因为  $OE \parallel CD$ , 所以  $\angle DCO = \angle COE = 110^\circ$ , 故答案为 110.

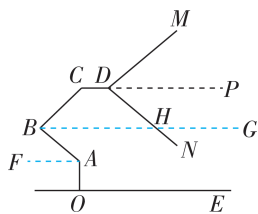


## 思路分析

过点  $A$  作  $AF \parallel OE$ , 过点  $B$  作  $BG \parallel OE$ , 交  $DN$  于点  $H$ . 根据垂直的定义、平行线的性质和角平分线的定义解答即可.

5. **80** 【解析】如图, 过点  $A$  作  $AF \parallel OE$ , 过点  $B$  作  $BG \parallel OE$ , 交  $DN$  于点  $H$ . 因为  $AO \perp OE$ , 所以  $\angle AOE = 90^\circ$ .

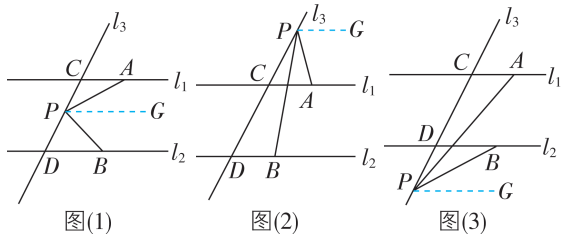
因为  $AF \parallel OE$ , 所以  $OA \perp AF$ , 所以  $\angle FAO = 90^\circ$ , 所以  $\angle FAB = \angle BAO - \angle FAO = 130^\circ - 90^\circ = 40^\circ$ . 因为  $BG \parallel OE$ , 所以  $BG \parallel AF$ , 所以  $\angle ABG = \angle FAB = 40^\circ$ . 因为  $DN \parallel BA$ , 所以  $\angle NHG = \angle ABG = 40^\circ$ . 因为  $BG \parallel OE$ ,  $CD \parallel OE$ , 所以  $BG \parallel CD$ , 所以  $\angle NDP = \angle NHG = 40^\circ$ . 因



为  $DP$  是  $\angle MDN$  的平分线, 所以  $\angle MDN = 2\angle NDP = 80^\circ$ . 故答案为  $80$ .

刷素养

6. 【解】(1) 如图(1), 过点  $P$  作  $PG \parallel l_1$ . 因为  $l_1 \parallel l_2$ , 所以  $PG \parallel l_1 \parallel l_2$ , 所以  $\angle CAP = \angle APG$ ,  $\angle DBP = \angle BPG$ . 因为  $\angle APB = \angle APG + \angle BPG$ , 所以  $\angle APB = \angle CAP + \angle DBP$ .



(2)  $\angle CAP = \angle DBP - \angle APB$ . 理由: 如图(2), 过点  $P$  作  $PG \parallel l_1$ , 所以  $PG \parallel l_1 \parallel l_2$ , 所以  $\angle APG = \angle PAC$ ,  $\angle BPG = \angle PBD$ , 所以  $\angle PAC = \angle APG = \angle BPG - \angle APB$ , 所以  $\angle CAP = \angle DBP - \angle APB$ .

(3)  $\angle CAP = \angle APB + \angle DBP$ . 如图(3), 过点  $P$  作  $PG \parallel l_1$ , 所以  $PG \parallel l_1 \parallel l_2$ , 所以  $\angle APG = \angle PAC$ ,  $\angle BPG = \angle PBD$ , 所以  $\angle PAC = \angle APG = \angle APB + \angle BPG$ , 所以  $\angle CAP = \angle APB + \angle DBP$ .

**技巧点拨**  
一般(1)中提供的思路可以应用在后面的题目中.

大招专题1 平行线中的拐点模型

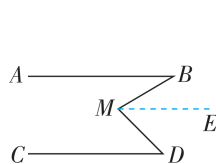
刷难关

大招解读 | 猪蹄模型(M型)与锯齿模型

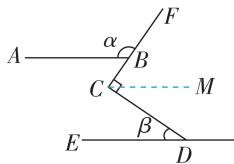
	① 已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle APB = \angle A + \angle B$ ; ② 已知: $\angle APB = \angle A + \angle B$ , 结论: $AM \parallel BN$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle P_1 + \angle P_3 = \angle A + \angle B + \angle P_2$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle P_1 + \angle P_3 + \dots + \angle P_{2n+1} = \angle A + \angle B + \angle P_2 + \dots + \angle P_{2n}$

**刷有所得**  
此题中作辅助线的方法在平行线问题中较为常用, 其目的是构造平行线被第三条直线所截形成的内错角, 然后利用平行线的性质进行角的转换, 从而解题.

1. C 【解析】过点  $M$  作  $ME \parallel AB$ , 如图. 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel ME \parallel CD$ , 所以  $\angle ABM = \angle BME = 30^\circ$ ,  $\angle CDM = \angle DME = 45^\circ$ , 所以  $\angle BMD = \angle BME + \angle DME = 75^\circ$ . 故选 C.



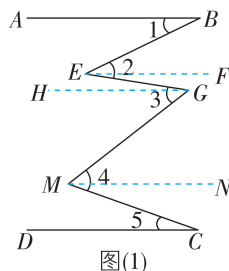
(第1题图)



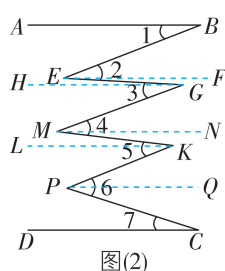
(第2题图)

2. A 【解析】如图, 过点  $C$  作  $CM \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel DE$ , 所以  $CM \parallel DE$ , 所以  $\angle ABC = \angle BCM$ ,  $\angle MCD = \angle EDC = \beta$ . 因为  $BC \perp CD$ , 所以  $\angle BCM = 90^\circ - \angle MCD = 90^\circ - \beta$ , 所以  $\angle ABC = 90^\circ - \beta$ . 因为  $\angle ABC + \angle ABF = 180^\circ$ , 所以  $90^\circ - \beta + \alpha = 180^\circ$ , 所以  $\alpha - \beta = 90^\circ$ . 故选 A.

3. 【解】(1)  $\angle 2 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5$ . 理由: 如图(1), 分别过点  $E, G, M$  作  $EF \parallel AB, GH \parallel AB, MN \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH \parallel MN$ , 所以  $\angle 1 = \angle BEF$ ,  $\angle FEG = \angle EGH$ ,  $\angle HGM = \angle GMN$ ,  $\angle CMN = \angle 5$ , 所以  $\angle 2 + \angle 4 = \angle BEF + \angle FEG + \angle GMN + \angle CMN = \angle 1 + \angle EGH + \angle MGH + \angle 5 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5$ .



(图1)



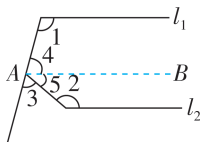
(图2)

- (2)  $\angle 2 + \angle 4 + \angle 6 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 7$ . 理由: 如图(2), 分别过点  $E, G, M, K, P$  作  $EF \parallel AB, GH \parallel AB, MN \parallel AB, KL \parallel AB, PQ \parallel AB$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH \parallel MN \parallel KL \parallel PQ$ , 所以  $\angle 1 = \angle BEF$ ,  $\angle FEG = \angle EGH$ ,  $\angle HGM = \angle GMN$ ,  $\angle KMN = \angle LKM$ ,  $\angle LKP = \angle KPQ$ ,  $\angle QPC = \angle 7$ , 所以易得  $\angle 2 + \angle 4 + \angle 6 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 7$ .

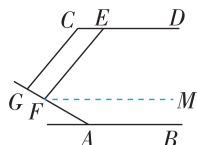
大招解读 | 铅笔头模型

	① 已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ ; ② 已知: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ , 结论: $AM \parallel BN$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 540^\circ$
	已知: $AM \parallel BN$ , 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \dots + \angle n = (n - 1)180^\circ$

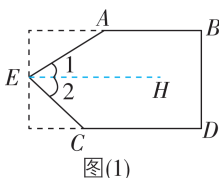
4. **C** 【解析】如图,过点  $A$  作  $AB \parallel l_1$ . 因为  $l_1 \parallel l_2$ , 所以  $AB \parallel l_1 \parallel l_2$ , 所以  $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ ,  $\angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$ . 因为  $\angle 1 = 105^\circ$ ,  $\angle 2 = 140^\circ$ , 所以  $\angle 4 = 75^\circ$ ,  $\angle 5 = 40^\circ$ . 因为  $\angle 4 + \angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 65^\circ$ . 故选 C.



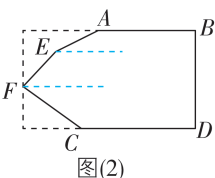
5. **C** 【解析】如图,过点  $F$  作  $FM \parallel CD$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel CD \parallel FM$ , 所以  $\angle DEF + \angle EFM = 180^\circ$ ,  $\angle MFA + \angle BAG = 180^\circ$ , 所以  $\angle MFA = 180^\circ - \angle BAG = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ . 因为  $CG \parallel EF$ , 所以  $\angle EFA = \angle AGC = 80^\circ$ , 所以  $\angle EFM = \angle EFA - \angle MFA = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$ , 所以  $\angle DEF = 180^\circ - \angle EFM = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ . 故选 C.



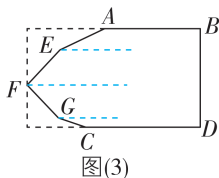
6. (1) 360 (2) 540 (3) 720 (4)  $180n$  【解析】(1) 如图(1), 过点  $E$  作  $EH \parallel AB$ . 因为原四边形是长方形, 所以  $AB \parallel CD$ , 所以  $AB \parallel CD \parallel EH$ , 所以  $\angle BAE + \angle 1 = 180^\circ$ ,  $\angle 2 + \angle DCE = 180^\circ$ , 所以  $\angle BAE + \angle 1 + \angle 2 + \angle ECD = 360^\circ$ . 又因为  $\angle 1 + \angle 2 = \angle AEC$ , 所以  $\angle BAE + \angle AEC + \angle ECD = 360^\circ$ . 故答案为 360.



图(1)



图(2)



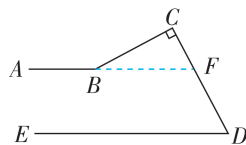
图(3)

- (2) 分别过点  $E, F$  作  $AB$  的平行线, 如图(2)所示, 同(1)的方法可得  $\angle BAE + \angle AEF + \angle EFC + \angle FCD = 540^\circ$ . 故答案为 540.
- (3) 分别过点  $E, F, G$  作  $AB$  的平行线, 如图(3)所示, 同(1)的方法可得  $\angle BAE + \angle AEF + \angle EFG + \angle FGC + \angle GCD = 720^\circ$ . 故答案为 720.
- (4) 由(1)(2)(3)可得一般规律: 将长方形纸片剪  $n$  刀, 得到  $(n+1)$  个角, 那么这  $(n+1)$  个角的和是  $180n$  度. 故答案为  $180n$ .

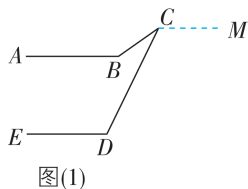
## 大招解读 | 牛角模型

已知: $AB \parallel CD$ , 结论: $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$	已知: $AB \parallel CD$ , 结论: $\angle 1 + \angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$

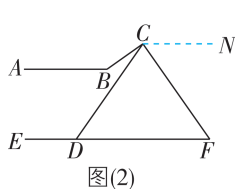
7.  $152^\circ$  【解析】如图, 延长  $AB$  交  $CD$  于点  $F$ . 因为  $AB \parallel DE$ ,  $\angle D = 62^\circ$ , 所以  $\angle BFC = \angle D = 62^\circ$ . 因为  $CD \perp BC$ , 所以  $\angle C = 90^\circ$ , 所以  $\angle CBF = 180^\circ - 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$ , 所以  $\angle ABC = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$ .



8. 【解】(1) 过点  $C$  作  $CM \parallel AB$ , 如图(1), 所以  $\angle BCM = \angle ABC = 145^\circ$ . 因为  $AB \parallel DE$ , 所以  $CM \parallel DE$ , 所以  $\angle DCM = \angle EDC = 116^\circ$ . 因为  $\angle BCM = \angle BCD + \angle DCM$ , 所以  $\angle BCD = \angle BCM - \angle DCM = 145^\circ - 116^\circ = 29^\circ$ .



图(1)



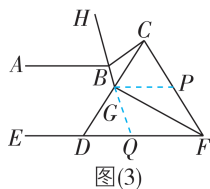
图(2)

## 思路分析

- (2) 过点  $C$  作  $CN \parallel AB$ , 可证得  $CN \parallel EF$ , 则  $\angle F = \angle FCN$ , 再结合  $CF \perp BC$ , 即可得  $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$ .

- (2)  $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$ . 理由: 过点  $C$  作  $CN \parallel AB$ , 如图(2), 所以  $\angle ABC = \angle BCN$ . 因为  $AB \parallel ED$ , 所以  $CN \parallel EF$ , 所以  $\angle F = \angle FCN$ . 因为  $\angle BCN = \angle BCF + \angle FCN$ , 所以  $\angle ABC = \angle BCF + \angle F$ . 因为  $CF \perp BC$ , 所以  $\angle BCF = 90^\circ$ , 所以  $\angle ABC = 90^\circ + \angle F$ , 即  $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$ .

- (3) 反向延长  $GH$  交  $EF$  于点  $Q$ , 过点  $G$  作  $GP \parallel EF$ , 如图(3), 则  $\angle BGD = \angle CGQ$ , 所以  $\angle BGD - \angle CGF = \angle CGQ - \angle CGF = \angle FGQ$ . 因为  $AB \parallel DE$ , 所以  $\angle ABH = \angle EQG$ . 因为  $GP \parallel EF$ , 所以  $\angle EQG = \angle PGQ$ ,  $\angle EFG = \angle PGF$ , 所以  $\angle PGQ = \angle ABH$ . 因为  $\angle FGQ = \angle PGQ - \angle PGF$ , 所以  $\angle FGQ = \angle ABH - \angle EFG$ .



图(3)

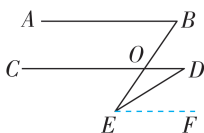


因为  $BH$  平分  $\angle ABC$ ,  $FG$  平分  $\angle CFD$ , 所以  $\angle ABH = \frac{1}{2}\angle ABC$ ,  $\angle EFG = \frac{1}{2}\angle CFD$ , 所以  $\angle FGQ = \frac{1}{2}\angle ABC - \frac{1}{2}\angle CFD = \frac{1}{2}(\angle ABC - \angle CFD)$ . 由(2)可得  $\angle ABC - \angle CFD = 90^\circ$ , 所以  $\angle FGQ = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ , 即  $\angle BGD - \angle CGF = 45^\circ$ .

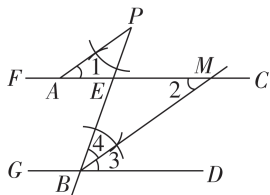
### 大招解读 | 羊角模型

已知: $AB \parallel DE$ , 结论: $\alpha = \gamma - \beta$	已知: $AB \parallel DE$ , 结论: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

9. 【解】设  $BE$  与  $CD$  交于点  $O$ , 过点  $E$  作  $EF \parallel CD$ , 如图. 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle B = \angle BOD$ . 因为  $EF \parallel CD$ , 所以  $\angle BOD = \angle BEF$ ,  $\angle D = \angle DEF$ , 所以  $\angle BEF = \angle BED + \angle DEF = \angle BED + \angle D$ , 所以  $\angle BOD = \angle BED + \angle D$ , 即  $\angle B = \angle BED + \angle D$ .



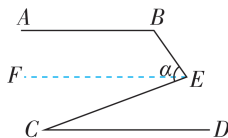
10. 【解】(1) 如图所示,  $BM$  即为所求.



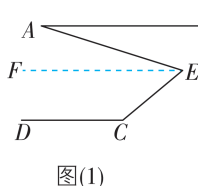
(2) 如图, 因为  $AC \parallel BD$ , 所以  $\angle 2 = \angle 3$ . 因为  $AP \parallel BM$ , 所以  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle P = \angle 4$ , 所以  $\angle 1 = \angle 3$ , 所以  $\angle P = \angle 4 = \angle PBD - \angle 3 = \angle PBD - \angle 1 = \angle PBD - \angle PAC$ , 所以  $\angle PBD - \angle PAC = \angle P$ .

### 刷有所得

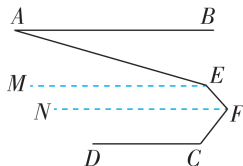
11. D 【解析】如图, 过点  $E$  作  $EF \parallel CD$ . 因为  $\angle C = 20^\circ$ ,  $EF \parallel CD$ , 所以  $\angle FEC = \angle C = 20^\circ$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $EF \parallel AB$ , 所以  $\angle B + \angle BEF = 180^\circ$ , 即  $125^\circ + \angle BEF = 180^\circ$ , 所以  $\angle BEF = 55^\circ$ , 所以  $\angle \alpha = \angle BEF + \angle FEC = 75^\circ$ . 故选 D.



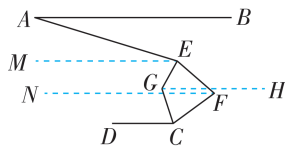
12. 【解】(1)  $\angle E = 180^\circ - \angle C + \angle A$ . 理由如下: 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ , 如图(1), 则  $AB \parallel EF \parallel CD$ , 所以  $\angle A = \angle AEF$ ,  $\angle C + \angle CEF = 180^\circ$ . 因为  $\angle AEC = \angle AEF + \angle CEF$ , 所以  $\angle AEC = 180^\circ - \angle C + \angle A$ .



图(1)



图(2)



图(3)

### 思路分析

(2) ①分别过点  $E, F$  作  $EM \parallel AB, FN \parallel AB$ , 利用平行线的性质求解即可; ②分别过点  $E, F, G$  作  $EM \parallel AB, FN \parallel AB, GH \parallel AB$ , 利用平行线的性质以及角平分线的定义求解即可.

(2) ①分别过点  $E, F$  作  $EM \parallel AB, FN \parallel AB$ , 如图(2), 则  $AB \parallel EM \parallel FN \parallel CD$ , 所以  $\angle A = \angle AEM$ ,  $\angle MEF + \angle EFN = 180^\circ$ ,  $\angle NFC + \angle DCF = 180^\circ$ . 因为  $\angle AEF = \angle AEM + \angle MEF$ ,  $\angle EFC = \angle EFN + \angle CFN$ , 所以  $\angle AEF + \angle C = \angle A + 180^\circ - \angle EFN + 180^\circ - \angle NFC = \angle A + 360^\circ - \angle EFC = 276^\circ$ .

②  $\frac{1}{2}\angle EFC + \angle EGC = 172^\circ$ . 分别过点  $E, F, G$  作  $EM \parallel AB, FN \parallel AB, GH \parallel AB$ , 如图(3), 则  $GH \parallel AB \parallel EM \parallel FN \parallel CD$ , 所以  $\angle A = \angle AEM$ ,  $\angle EGH = \angle MEG$ ,  $\angle HGC = \angle DCG$ , 所以  $\angle MEG = \angle AEG - \angle AEM = \angle AEG - \angle A$ . 由①

可得  $\angle AEF + \angle DCF = \angle A + 360^\circ - \angle EFC$ . 因为  $\angle AEF$  和  $\angle DCF$  的平分线交于点  $G$ , 所以  $\angle AEG = \angle GEF = \frac{1}{2} \angle AEF$ ,  $\angle DCG = \angle GCF = \frac{1}{2} \angle DCF$ , 所以  $\angle AEG + \angle DCG = \frac{1}{2} (\angle AEF + \angle DCF) = \frac{1}{2} (\angle A + 360^\circ - \angle EFC) = \frac{1}{2} \angle A + 180^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC$ , 所以  $\angle EGC = \angle EGH + \angle HGC = \angle MEG + \angle DCG = \angle AEG - \angle A + \angle DCG = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC - \frac{1}{2} \angle A = 172^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC$ , 所以  $\frac{1}{2} \angle EFC + \angle EGC = 172^\circ$ .

#### 重难专题 4 相交线与平行线中的思想方法

##### 刷难关

1. 【解】(1) 因为  $\angle BOE = 90^\circ$ , 所以  $\angle AOE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ .

因为  $\angle AOC = 20^\circ$ , 所以  $\angle EOC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ ,  $\angle AOD = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ . 因为  $OF$  平分  $\angle AOD$ , 所以  $\angle FOD = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 160^\circ = 80^\circ$ .

(2) 当  $\angle AOC = 60^\circ$  时, 易得  $\angle EOF = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ . 设当射线  $OE$  与射线  $OF$  重合时至少需要  $t$  秒, 则  $10^\circ t - 3^\circ t = 360^\circ - 150^\circ$ , 解得  $t = 30$ .

答: 当射线  $OE$  与射线  $OF$  重合时至少需要 30 秒.

2. 【解】(1)  $AB \parallel CD$ . 理由如下: 因为  $\angle 1$  与  $\angle 2$  互补, 所以  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ . 又因为  $\angle 1 = \angle AEF$ ,  $\angle 2 = \angle CFE$ , 所以  $\angle AEF + \angle CFE = 180^\circ$ , 所以  $AB \parallel CD$ .

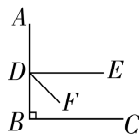
(2) 由(1)知,  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$ . 因为  $\angle BEF$  与  $\angle EFD$  的平分线交于点  $P$ , 所以  $\angle FEP + \angle EFP = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle EFD) = 90^\circ$ , 所以  $\angle EPF = 90^\circ$ , 即  $EG \perp PF$ . 又因为  $GH \perp EG$ , 所以  $PF \parallel GH$ .

(3) 不发生变化,  $\angle HPQ = 45^\circ$ . 因为  $\angle PHK = \angle HPK$ ,  $\angle PHK + \angle HPK + \angle HKP = 180^\circ$ ,  $\angle PKG + \angle HKP = 180^\circ$ , 所以  $\angle PKG = 2\angle HPK$ .

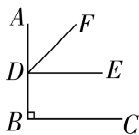
又因为  $GH \perp EG$ , 所以  $\angle KPG = 90^\circ - \angle PKG =$

##### 关键点拨

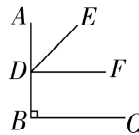
3. 45°或 90°或 135° 【解析】如图(1)、图(2), 当  $DE \parallel BC$  时,  $\angle ADE = 90^\circ$ . 如图(3), 当  $DF \parallel BC$  时,  $\angle ADF = \angle ABC = 90^\circ$ , 所以  $\angle ADE = \angle ADF - \angle EDF = 45^\circ$ . 同理, 如图(4),  $\angle ADE = \angle ADF + \angle EDF = 135^\circ$ .



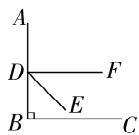
图(1)



图(2)



图(3)



图(4)

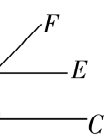
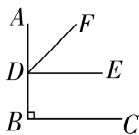
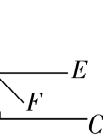
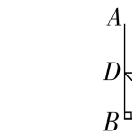
##### 思路分析

4. 【解】(1) 因为  $EG$  平分  $\angle AEF$ , 所以  $\angle AEG = \angle FEG$ . 因为  $\angle FEG = \angle FGE$ , 所以  $\angle AEG = \angle FGE$ , 所以  $AB \parallel CD$ . (3) 分两种情况讨论: 当点  $H$  在  $EF$  的右侧时; 当点  $H$  在  $EF$  的左侧时. 根据平行线的性质、角平分线的定义以及角的和差即可求解.

$90^\circ - 2\angle HPK$ . 因为  $\angle EPK + \angle KPG = 180^\circ$ , 所以  $\angle EPK = 180^\circ - \angle KPG = 90^\circ + 2\angle HPK$ .

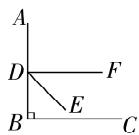
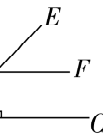
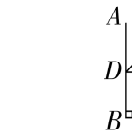
因为  $PQ$  平分  $\angle EPK$ , 所以  $\angle QPK = \frac{1}{2} \angle EPK = 45^\circ + \angle HPK$ , 所以  $\angle HPQ = \angle QPK - \angle HPK = 45^\circ$ .

【解析】如图(1)、图(2), 当  $DE \parallel BC$  时,  $\angle ADE = 90^\circ$ . 如图(3), 当  $DF \parallel BC$  时,  $\angle ADF = \angle ABC = 90^\circ$ , 所以  $\angle ADE = \angle ADF - \angle EDF = 45^\circ$ . 同理, 如图(4),  $\angle ADE = \angle ADF + \angle EDF = 135^\circ$ .



图(1)

图(2)



图(3)

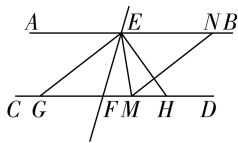
图(4)

(2) 因为  $EM$  平分  $\angle FEH$ , 所以  $\angle FEM = \angle HEM$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle EHF = \angle HEN = 54^\circ$ ,  $\angle EGM = \angle GEA$ . 因为  $MN \parallel EG$ ,  $EG$  平分  $\angle AEF$ , 所以  $\angle EGM = \angle NMH = \angle GEA = \angle GEF = \angle ENM$ . 设  $\angle ENM = x$ , 则  $\angle GEA = \angle GEF = x$ , 所以  $\angle FEH = 180^\circ - x - x - 54^\circ = 126^\circ - 2x$ , 所以  $\angle FEM = \angle MEH = 63^\circ - x$ . 因为  $MN \parallel EG$ , 所以  $\angle EMN = \angle GEM$ . 因为  $\angle GEM = 180^\circ - \angle AEG - \angle MEH - \angle HEN = 180^\circ - x - (63^\circ - x) - 54^\circ = 63^\circ$ , 所以  $\angle EMN = 63^\circ$ .

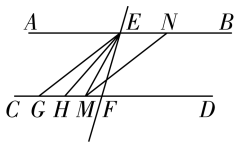
(3) 如图(1), 当点  $H$  在  $EF$  的右侧时, 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle HEB = \angle EHF = \beta$ . 设  $\angle AEG = \angle FEG = \angle FGE = \angle NMD = x$ , 则  $\angle FEH = 180^\circ - \angle AEF - \angle HEB = 180^\circ - 2x - \beta$ , 所以  $\angle FEM = \angle HEM = \frac{1}{2} (180^\circ - 2x - \beta) = 90^\circ - x - \frac{1}{2} \beta$ , 所以  $\angle EMD = \angle AEM = \angle AEF + \angle FEM = 90^\circ + x - \frac{1}{2} \beta$ , 所以  $\angle EMN = \angle EMD - \angle NMD = 90^\circ -$

$\frac{1}{2}\beta$ , 所以  $\alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta$ . 如图(2), 当点  $H$  在  $EF$  的左侧时, 设  $\angle AEG = \angle FEG = \angle FGE = \angle NMD = y$ . 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle AEH = \angle EHF = \beta$ , 所以  $\angle HEF = \angle AEF - \angle AEH = 2y - \beta$ . 因为  $EM$  平分  $\angle FEH$ , 所以  $\angle HEM = \angle FEM = \frac{1}{2}\angle HEF = y - \frac{1}{2}\beta$ , 所以  $\angle EMD = \angle AEM = \angle AEH + \angle HEM = y + \frac{1}{2}\beta$ , 所以  $\angle EMN = \angle EMD - \angle NMD = \frac{1}{2}\beta$ , 所以  $\alpha = \frac{1}{2}\beta$ .

综上所述,  $\alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta$  或  $\alpha = \frac{1}{2}\beta$ .



图(1)



图(2)

### 全章综合训练

#### 刷中考

- 1. B** 【解析】 $\angle A$  的余角为  $90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ . 故选 B.
- 2. C** 【解析】因为由题图可得, 所量内角的邻补角是  $60^\circ$ , 所以所量内角的度数为  $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ . 故选 C.
- 3. C** 【解析】因为集热板与太阳光线垂直, 所以  $\alpha + \beta = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ . 因为  $\beta = 54^\circ$ , 所以  $\alpha = 90^\circ - \beta = 36^\circ$ . 故选 C.
- 4. C** 【解析】因为  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$ . 因为  $\angle ABC = 70^\circ$ , 所以  $\angle BAD = 110^\circ$ , 故选 C.
- 5. A** 【解析】因为  $\angle 1 = 18^\circ$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 所以  $\angle ACF = \angle ACB + \angle 1 = 108^\circ$ . 因为  $CF \parallel DE$ , 所以  $\angle ADE = \angle ACF = 108^\circ$ . 因为  $\angle ADE + \angle 2 + \angle A = 180^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ , 所以  $\angle 2 = 180^\circ - 30^\circ - 108^\circ = 42^\circ$ . 故选 A.
- 6. B** 【解析】

$CB \parallel OA \rightarrow \begin{cases} \angle CBO = \angle BOA = 122^\circ \\ \angle BON = 90^\circ \end{cases} \rightarrow \angle AON = 122^\circ - 90^\circ = 32^\circ$

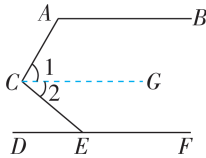
故选 B.

- 7. C** 【解析】由题意可知,  $AB \parallel PQ \parallel CD$ , 所以

#### 思路分析

过点  $C$  作  $CG \parallel AB$ , 易得  $DF \parallel AB \parallel CG$ , 根据平行线的性质进行求解即可.

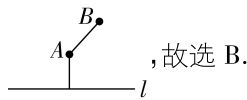
**8. B** 【解析】如图, 过点  $C$  作  $CG \parallel AB$ . 因为  $DF \parallel AB$ , 所以  $DF \parallel AB \parallel CG$ , 所以  $\angle 1 + \angle CAB = 180^\circ$ ,  $\angle 2 = \angle CED$ . 因为  $\angle BAC = 120^\circ$ , 所以  $\angle 1 = 60^\circ$ . 因为  $\angle ACE = 100^\circ$ , 所以  $\angle 2 = \angle ACE - \angle 1 = 40^\circ$ , 所以  $\angle CED = \angle 2 = 40^\circ$ . 故选 B.



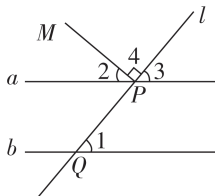
- 9. 145°** 【解析】由题意得  $AC \parallel BD$ ,  $\angle CAB = 145^\circ$ , 所以  $\angle ABD = \angle CAB = 145^\circ$ , 故答案为  $145^\circ$ .
- 10. 130** 【解析】因为  $AB \parallel CD$ ,  $\angle D = 50^\circ$ , 所以  $\angle AOE = \angle D = 50^\circ$ , 所以  $\angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ . 故答案为 130.
- 11. 【解】** 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle 1 = \angle ACD$ . 因为  $\angle 1 = \angle 2$ , 所以  $\angle ACD = \angle 2$ , 所以  $AE \parallel DF$ .

#### 刷章测

- 1. D** 【解析】根据同位角、内错角、同旁内角的概念, 可知第一个题图表示同位角, 第二个题图表示内错角, 第三个题图表示同旁内角. 故选 D.
- 2. D** 【解析】因为  $\angle A = 55^\circ$ ,  $\angle A$  与  $\angle B$  互余, 所以  $\angle B = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ , 所以  $\angle B$  的补角为  $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$ . 故选 D.
- 3. B** 【解析】依据垂线段最短, 以及两点之间, 线段最短, 可得最节省材料的方案是



- 4. B** 【解析】如图. 因为  $a \parallel b$ , 所以  $\angle 3 = \angle 1 = 50^\circ$ . 因为  $PM \perp l$ , 所以  $\angle 4 = 90^\circ$ , 所以  $\angle 2 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 3 = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ , 即  $\angle 2$  的度数为  $40^\circ$ , 故选 B.



**5. B** 【解析】因为  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ,  $\angle 1 = \angle 3$ ,  $\angle 2 = \angle 4$ , 所以  $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4 + \angle 3 = 90^\circ$ , 所以  $\angle EFD = \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ , 所以  $EC \perp FD$ , 故③正确; 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle CGF = \angle BFG = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ , 所以  $FG \perp CD$ , 故②正确; 因为  $AB \parallel CD$ , 所以  $\angle 1 = \angle C$ ,  $\angle 2 = \angle D$ , 但  $\angle 1$  不一定等于  $\angle 2$ , 所以  $\angle C$  不一定等于  $\angle D$ , 故①不正确. 故选 B.

**6. C** 【解析】因为四边形  $ABCD$  是长方形, 所以  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle FEH = \angle BFE$ ,  $\angle EHG = \angle CGH$ , 所以  $\angle BFE + \angle CGH = \angle FEH + \angle EHG = 118^\circ$ . 由折叠可知  $\angle PFE = \angle BFE$ ,  $\angle PGH = \angle CGH$ , 所以  $\angle PFE + \angle PGH = \angle BFE + \angle CGH = 118^\circ$ , 所以  $\angle BFP + \angle CGP = 2(\angle BFE + \angle CGH) = 236^\circ$ , 所以  $\angle PFG + \angle PGF = 360^\circ - (\angle BFP + \angle CGP) = 360^\circ - 236^\circ = 124^\circ$ , 所以  $\angle FPG = 180^\circ - (\angle PFG + \angle PGF) = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$ . 故选 C.

**7. D** 【解析】如图, 过点  $C$  作  $EF \parallel AB$ , 延长  $BC$  至  $D$ . 由题意知,  $AM \parallel BN$ ,  $\angle MAB = 40^\circ$ , 所以  $\angle ABN = 180^\circ - \angle MAB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ . 因为  $\angle CBN = 30^\circ$ , 所以  $\angle ABC = \angle ABN - \angle CBN = 110^\circ$ . 因为  $EF \parallel AB$ , 所以  $\angle FCD = \angle ABC = 110^\circ$ , 所以  $\angle DCE = 180^\circ - \angle FCD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ , 所以小明应该右转  $70^\circ$  或左转  $110^\circ$ . 故选 D.

**8. 90** 【解析】因为  $AC \parallel PF$ ,  $BD \parallel PF$ , 所以  $\angle APE = \angle CAP = 35^\circ$ ,  $\angle BPE = \angle DBP = 55^\circ$ , 所以  $\angle APB = \angle APE + \angle BPE = 35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$ , 故答案为 90.

**9.  $110^\circ$  或  $70^\circ$**  【解析】分两种情况进行讨论:  
①如图(1)所示,  $OM$  在  $AC$  上方. 因为  $OD$  平分  $\angle BOC$ , 所以  $\angle COD = \angle BOD$ . 因为  $4\angle BOE + \angle BOC = 180^\circ$ ,  $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$ , 所以  $\angle AOB = 4\angle BOE$ , 即  $\angle AOE = 3\angle BOE$ . 设  $\angle BOE = \alpha$ , 则  $\angle AOE = 3\alpha$ ,  $\angle BOD = 70^\circ - \alpha = \angle COD$ . 因为  $\angle AOC$  为平角, 所以  $\angle AOE + \angle DOE + \angle COD = 180^\circ$ , 即  $3\alpha + 70^\circ + 70^\circ - \alpha = 180^\circ$ , 解得  $\alpha = 20^\circ$ , 所以  $\angle BOE = 20^\circ$ . 又因为  $OM \perp OB$ , 所以  $\angle MOB = 90^\circ$ , 所以  $\angle MOE =$

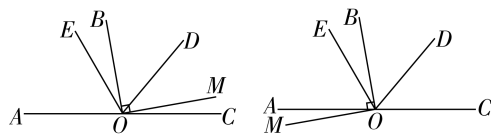
### 思路分析

分两种情况进行讨论:  $OM$  在  $AC$  上方和  $OM$  在  $AC$  下方, 先依据已知条件求得  $\angle BOE$  的度数, 再根据  $\angle MOB = 90^\circ$ , 即可求得  $\angle MOE$  的度数.

### 思路分析

根据四边形  $ABCD$  是长方形, 可得  $AD \parallel BC$ , 所以  $\angle FEH = \angle BFE$ ,  $\angle EHG = \angle CGH$ , 所以可得  $\angle BFE + \angle CGH = \angle FEH + \angle EHG = 118^\circ$ . 由折叠可得  $\angle PFE = \angle BFE$ ,  $\angle PGH = \angle CGH$ , 可得  $\angle BFP + \angle CGP = 2(\angle BFE + \angle CGH) = 236^\circ$ , 进而可得  $\angle FPG$  的度数.

$$\angle BOE + \angle MOB = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ.$$

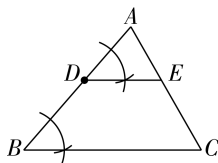


图(1)

图(2)

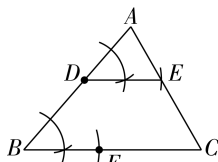
②如图(2)所示,  $OM$  在  $AC$  下方. 同理可得,  $\angle BOE = 20^\circ$ . 又因为  $OM \perp OB$ , 所以  $\angle MOB = 90^\circ$ , 所以  $\angle MOE = \angle MOB - \angle BOE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ . 综上所述,  $\angle MOE$  的度数为  $110^\circ$  或  $70^\circ$ . 故答案为  $110^\circ$  或  $70^\circ$ .

**10. 【解】**(1) ①如图(1)所示,  $DE$  即为所求.



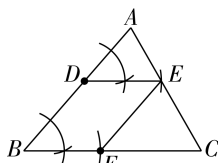
图(1)

②如图(2)所示, 点  $F$  即为所求.



图(2)

(2) 如图(3).



图(3)

由(1)作图可知,  $DE \parallel BC$ , 所以  $\angle DEF = \angle EFC$ . 因为  $\angle DEF = \angle B$ , 所以  $\angle B = \angle EFC$ , 所以  $EF \parallel AB$ .

**11. 【解】**(1) 因为  $EA$  平分  $\angle BEF$ , 且  $EC$  平分  $\angle DEF$ ,

$$\text{所以 } \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BEF, \angle 3 = \frac{1}{2} \angle DEF.$$

因为  $\angle BEF + \angle DEF = 180^\circ$ , 所以  $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ , 所以  $\angle AEC = 90^\circ$ , 所以  $AE \perp CE$ .

(2) 因为  $\angle 1 = \angle A$ ,  $\angle 4 = \angle C$ , 所以  $\angle 1 + \angle A + \angle 4 + \angle C = 2(\angle 1 + \angle 4) = 180^\circ$ , 所以  $\angle B + \angle D = (180^\circ - 2\angle 1) + (180^\circ - 2\angle 4) = 360^\circ - 2(\angle 1 + \angle 4) = 180^\circ$ , 所以  $AB \parallel CD$ .

**12. 【解】**(1) 因为  $OM \perp AB$ , 所以  $\angle AOM = 90^\circ$ , 所以  $\angle COA + \angle 1 = 90^\circ$ . 因为  $\angle 1 = 20^\circ$ ,  $\angle 2 = 20^\circ$ , 所以  $\angle CON = \angle AOC + \angle 2 = 90^\circ$ , 所以  $\angle DON = 180^\circ - \angle CON = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ . 故答案为  $90^\circ$ .

(2)  $ON \perp CD$ . 理由: 因为  $OM \perp AB$ , 所以  $\angle AOM = 90^\circ$ , 所以  $\angle 1 + \angle AOC = 90^\circ$ . 因为  $\angle 1 = \angle 2$ , 所以  $\angle CON = \angle AOC + \angle 2 = 90^\circ$ , 所以  $\angle DON = 180^\circ - \angle CON = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ , 所以  $ON \perp CD$ .

(3) 因为  $\angle 1 = \frac{1}{4} \angle BOC$ , 所以  $\angle 1 = \frac{1}{3} \angle BOM = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$ , 所以  $\angle AOC = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ,  $\angle MOD = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ .

**13. (1)** 120 90

**【解】**(2) 因为  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle 3 = 65^\circ$ , 所以  $\angle ABE = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$ .

因为  $DG \parallel EF$ , 所以  $\angle 1 = \angle ABE = 55^\circ$ ,  $\angle BCG = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ .

因为  $\angle ACB + \angle BCG + \angle 2 = 360^\circ$ , 所以  $\angle 2 = 360^\circ - \angle ACB - \angle BCG = 360^\circ - 90^\circ - 115^\circ = 155^\circ$ .

(3) 如图, 过点  $C$  作  $CH \parallel EF$ , 所以  $\angle 3 = \angle HCB$ .

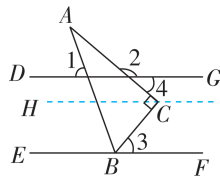
因为  $DG \parallel EF$ , 所以  $\angle 1 = \angle ABE$ ,  $DG \parallel CH$ ,

所以  $\angle 4 = \angle ACH$ .

因为  $\angle ACH + \angle HCB = \angle ACB = 90^\circ$ , 所以  $\angle 4 + \angle 3 = 90^\circ$ .

因为  $\angle 4 = 180^\circ - \angle 2$ ,  $\angle 3 = 180^\circ - 60^\circ - \angle 1$ , 所以  $180^\circ - \angle 2 + 180^\circ - 60^\circ - \angle 1 = 90^\circ$ , 所以  $\angle 1 + \angle 2 = 210^\circ$ .

因为  $\angle 2 = 2\angle 1$ , 所以  $\angle 1 = 70^\circ$ , 所以  $\angle 3 = 180^\circ - 60^\circ - \angle 1 = 50^\circ$ .



## 第三章 概率初步

### 1 感受可能性

#### 刷基础

**1. C 【解析】**

A	数学考试得 96 分是随机事件	不符合题意
B	明天会下雨是随机事件	不符合题意
C	太阳东升西落是必然事件	符合题意
D	彩票中奖是随机事件	不符合题意

故选 C.

**2. C 【解析】**拿出的 5 个粽子都是八宝粽, 是随机事件, A 选项不合题意; 拿出的 5 个粽子中有 4 个是蜜枣粽、1 个是八宝粽, 是随机事件, B 选项不合题意; 拿出的 5 个粽子都是蜜枣粽, 是不可能事件, C 选项符合题意; 拿出的 5 个粽子中有 1 个是蜜枣粽、4 个是八宝粽, 是随机事件, D 选项不合题意. 故选 C.

**3. B 【解析】**画饼充饥是不可能事件, A 不符合

#### 方法技巧

要判断一个事件是必然事件、随机事件还是不可能事件, 要从定义出发, 如果涉及数或字母, 还要记得分类讨论.

#### 归纳总结

必然事件是在一定条件下进行可重复试验时, 一定会发生的事件; 不可能事件是在一定条件下进行可重复试验时, 一定不会发生的事件.

题意; 不期而遇是随机事件, B 符合题意; 水涨船高是必然事件, C 不符合题意; 水中捞月是不可能事件, D 不符合题意. 故选 B.

**4. ④ 【解析】**①号布袋中的 3 个球全是白色的, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于必然事件, 故不符合题意; ②号布袋中有 1 个红色的球和 2 个白色的球, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于随机事件, 故不符合题意; ③号布袋中有 2 个红色的球和 1 个白色的球, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于随机事件, 故不符合题意; ④号布袋中的 3 个球全是红色的, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于不可能事件, 故符合题意. 故答案为④.

**5. ④ 【解析】**在足球赛中, 弱队战胜强队, 是随机事件, ①不符合题意; 在纸上画两条直线, 这两条直线互相垂直, 是随机事件, ②不符合题意; 5 张相同的小标签分别标有数字 1~5, 从中任意抽取 1 张, 抽到 0 号签, 是不可能事件, ③不符合题意; 在地面上向空中抛掷一石